

# 【金融知识普及月】如何使股指期货套期保值效果更加精准？

中国期货业协会2022-09-06 20:13发表于北京



## //

在传统的套期保值理论中，要求期货对现货的套期保值数量相等，即套保比率恒等于 1，但实际上存在一个最佳套保比率问题。这个最佳套保比率往往并不为 1，主要有以下两个方面的原因：一是从组合投资的角度出发，期货套期保值的比率是可以选择的。最佳套期保值比率的选择取决于套期保值的预期目的、现货市场与期货市场价格的相关性以及套期保值者的风险偏好。由于在大多数情况下，套期保值者的动机既不是单纯的风险最小化，也不是单纯的利益最大化，而是两者兼顾，是试图在风险和收益之间得到一个最优的平衡，因此，最优的套期保值比率将同时取决于套保者的风险

偏好以及所获得的价值。二是在运用套期保值工具时，之所以经常会提到期货与现货“数量相等”的要求，实际上是建立在现货价格与期货价格两者变动方向与变动幅度完全相同的假设上。而实际上两者却经常不是完全相同的。期货与现货“数量相等”的套期保值策略实际上还存在着基差风险。

为了使股指期货套期保值效果更加精准，准确计算套保比率就显得尤为重要。常用的股指期货套保比率的计算方法主要有四种。

## //

### 01

#### 等值套保比率

所谓等值套保，是指期货保值头寸价值与被保值的股票组合价值相等，即套保比率为 1。

等值套保比率法的优点在于计算非常简便，但缺点也十分明显，主要是无法解决股票组合与股指期货标的股票指数之间涨跌幅度不同步的问题。例如，假如股票指数下跌 1%，而股票组合的市值却下跌了 1.5%，此时如果采用等值套保比率进行套保，则期货头寸只能对冲 1%的系统性风险(不计基差风险的情况下)，另外 0.5%的下跌风险无法对冲抵消，因此，等值套保比率法主要适合于股票组合与股指标的波动幅度基本同步的情况下。

## β值套保比率

β值套保比率法是以股票指数作为比较基准，用被保值的股票组合的β值作为保值比率，力求使股票组合与股票指数价格变动差异(β值风险)带来的影响降到最低。

在大部分情况下，股指期货无法实现完全套保。原因主要有以下几点：

1.投资者手中的股票组合价值金额与套保相对应的股值期货合约价值金额恰好相等的几率很小。

2.投资者手中的一篮子股票个性千差万别，在股票指数下跌时，投资组合中有的股票下跌幅度大于指数的下跌幅度，有的股票比较抗跌，还有的甚至逆市上扬，很少有股票组合的涨跌幅与指数的波动幅度一致。

要想有效地、尽可能地完全对冲股市风险，就需要尽可能做到完全套保。

而要做到完全套保，关键是确定对应所持有的股票组合究竟买卖多少对应数量的期指合约才是适当的？这就要求解决上述股指期货无法实现完全套保的两个主要问题。

首先，如何解决投资者手中的股票组合价值金额与套保相对应的股值期货合约价值金额恰好相等这个问题呢？通过小幅调整股票组合中的股票品种和股票数量后，该问题便不难解决了。

关键是如何解决投资者手中的一篮子股票个性千差万别的问题，这一点难度稍大。由于投资者不可能完全按照指数的构成来买卖股票，为了使所持有的股票组合的波动幅度与股票指数的波动幅度尽可能达到一致，就需要对股票个性（市值）进行逐个修正，并在套保计算公式中采用修正后的股票组合总市值。这就需要引入股票和指数之间相关系数—— $\beta$ 系数（读作“贝塔系数”）。

$\beta$ 系数指的是个股或股票组合与指数相比的活跃程度，用于表示个股或股票组合的涨跌与指数同方向涨跌的倍率。从下列公式中我们可看出 $\beta$ 系数的重要性。

$$\beta = \text{股票组合的价值变化} / \text{股票指数的价值变化}$$

更进一步来说，“贝塔系数”反映的是某一投资对象相对于股票指数的表现情况。

当 $\beta = 1$ 时，股票或者股票组合与指数的涨跌幅度完全相同，风险相当；

而当 $\beta > 1$ 时，股票或股票组合的涨跌变化幅度将大于指数的变化，风险也高于整个市场；

当 $\beta < 1$ 时，情况恰好相反。如果 $\beta$ 是负值，则显示其变化的方向与大盘的变化方向相反：大盘涨的时候它跌，大盘跌的时候它涨。

假设某一股票组合的 $\beta$ 值为 + 1.22，意味着相应标的的股指期货合约值每上涨 1%，则股票组合值上涨 1.22%。如果 $\beta = + 0.85$ ，表明该股指期货合约值每上涨 1%，则股票组合值只上涨 0.85%。但如果贝塔值为 -1.22 时，说

明当股指期货合约值每涨 1%时,它可能跌 1.22%。同理,指数如果跌 1%,它有可能涨 1.22%。所以, 涨跌剧烈的股票 $\beta$ 值通常大于 1, 而走势平缓的股票 $\beta$ 值则小于 1。 $\beta$ 系数也是根据历史数据计算得到的, 在未来也可能发生变化。在套期保值操作中, 对 $\beta$ 系数的跟踪计算和监控十分重要。

通过计算某种股票与指数之间的 $\beta$ 系数, 就能够揭示两者之间的趋势相关程度, 最终可以得到整个股票组合的 $\beta$ 系数, 再用它来修正最简单的股指期货套保计算公式:

套期保值合约手数 = 考虑股票活性而修正后的股票组合总市值/股指期货合约价值金额

即:  $N = P \times \beta / F$

第二个问题也就基本解决了。

现在的问题是: 怎样获得股票及股票组合的 $\beta$ 值? 获得股票组合中各个股票 $\beta$ 数据的途径有两条:

- (1) 自算。较为烦琐, 量少可以 (见有关证券书籍)。
- (2) 查找。目前绝大多数股票数据分析软件都能提供各个股票相对于不同标的股指期货的最新 $\beta$ 数据。

获得股票组合总 $\beta$ 数值的途径:

- (1) 自算: 股票组合的 $\beta$ 数值等于组合中各股票的 $\beta$ 数值的加权平均, 权数为各股票在组合中所占的资金比例, 即:

$$\beta = \sum X_i \beta_i$$

(2) 查找：用像 Wind 等信息软件可自动算出股票组合的 $\beta$ 数值。通常期货公司和证券公司研究部门均有此类软件。

值得注意的是， $\beta$ 系数是根据历史资料计算得到的，计算的数据越多越详细，得到的数值可靠性越高。

这种计算方法的优点在于能够覆盖股票组合的 $\beta$ 值风险，计算也较为简单，而且不需要期货价格数据，在缺乏足够的期货历史价格数据的情况下(比如刚上市)也可以计算。不过这种方法也有缺点，主要是无法覆盖保值中的期货、现货之间存在的基差风险。

## 案例

某机构投资经理持有创业板股票组合 500 万元。已知该股票组合与中证 500 股票指数相关性为 0.9。假设该股票组合价格波动率为 20%，中证 500 股票指数价格波动率为 15%，则该股票组合的贝塔系数为：

$$\beta = 0.9 \times 20\% \div 15\% = 1.2$$

该投资经理因担心未来股票组合价值下跌，打算进行套期保值交易。假设保证金率为 20%，若以 4400.0 点开仓卖出 IC1902，则需要占用期货账户保证金多少万元呢？

$$\text{交易数量} = 5000000 \times 1.2 \div (4400.0 \times 200) = 6.82 \approx 7 \text{ (手)}$$

$$\text{占用期货账户保证金} = 7 \times 4400 \times 200 \times 0.2 = 123.2 \text{ (万元)}$$

下面，我们就以股指期货卖出套期保值案例来讨论在考虑了股票活性 $\beta$ 值后的卖出套保过程和结果。

## 案例

某投资者在 8 月 3 日收市后持有 20 种沪深股票,总市值为 3200710.98 元。但买股投资为借贷性质,须在年底 12 月时归还借款。投资者担心在 8~12 月期间股市下跌,为防止 12 月归还借款卖出股票时股票市值已大幅缩水,他决定在股指期货市场进行卖出套保。

按套期保值的操作原则,他选择 12 月到期交割的沪深 300 股指期货合约套保。8 月 4 日该合约开盘价格为 1600.40 点,则:

1 手期货合约的价值=1600.40×300=480120 (元)

这次不按最简单的股指期货套保计算公式 ( $N = P / F$ ) 计算需要卖出多少期货合约手数,而采用较为精准的股指期货套保计算公式 ( $N = P \times \beta / F$ ) 来计算需要卖出的期货合约手数,即引用了 $\beta$ 系数来修正股票组合的价值变化,以达到使股票组合的价值变化与沪深 300 指数的价值变化幅度两者尽可能一致的目的。

从电脑资讯软件上查到该投资者持有的股票组合的 $\beta$ 数值为 0.859。

由此计算出需要卖出期货合约数量 (N) 为:

$N = P \times \beta / F = 3200710.98 \times 0.859 / 480120 = 5.726 \approx 6$  (手)

到了 12 月 15 日 (该月第三个周五) 交割平仓的同时,必须收盘前 2 个小时的时间内在股票市场分批卖出手中全部股票,结束套保。套保过程分析见表 1。

表 1 市场上涨情况下的简单套保与复杂套保案例结果对比 (一)

	股票市场	股指期货市场	
		套保时未考虑 $\beta$ 系数	套保时考虑 $\beta$ 系数
8月4日	股票组合市值 3 200 710.98 元	以开盘价卖出 12 月期货合约 $N = 3200710.98 / 480120$ $= 6.666 \approx 7$ (手)	以开盘价卖出 12 月期货合约 $N = 3200710.98 \times 0.859 / 480120$ $= 5.726 \approx 6$ (手)
12月15日	收盘前 2 小时内分批 卖出全部股票后获款 2 877 100.98 元	套保时未考虑 $\beta$ 系数 以 1410 点交割价交割 7 手	套保时考虑 $\beta$ 系数 以 1410 点交割价交割 6 手
盈亏变化	亏损 = 3 200 710.98 - 2 877 100.98 = 323610 (元)	获利 = (1600.40 - 1410) $\times$ 300 $\times$ 7 = 399 840 (元)	获利 = (1600.40 - 1410) $\times$ 300 $\times$ 6 = 342 720 (元)
保值结果 = 期货市场盈亏 + 股票市场 盈亏		399840 - 323610 = 76230 (元) (过度补偿套保)	342720 - 323610 = 19110 (元) (接近完全套保)

套期保值效果评估：考虑 $\beta$ 系数的保值结果虽仍属于过度补偿性套期保值，但较未考虑 $\beta$ 系数时的套保结果偏差度小得多，保值的效果接近完全套期保值。

也许有人会认为上述情况下，套保时未考虑 $\beta$ 系数的效果（期货市场盈利 76230 元）要比考虑了 $\beta$ 系数时的效果（期货市场盈利 19110 元）好，这是一种误解。如果上述案例中股票市场和期货市场不是下跌，而是上涨相同幅度，情况会怎样呢？

通过表 2 可见，如果市场向相反的方向波动，过度补偿套保就可能变成不足补偿套保。

表 2 市场下跌情况下的简单套保与复杂套保案例结果对比（二）

	股票市场	股指期货市场	
		套保时未考虑 $\beta$ 系数	套保时考虑 $\beta$ 系数
8月4日	股票组合市值 3 200 710.98 元	以开盘价卖出 12 月期货合约 $N = 3\ 200\ 710.98 / 480\ 120$ $= 6.666 \approx 7$ (手)	以开盘价卖出 12 月期货合约 $N = 3\ 200\ 710.98 \times 0.859 / 480\ 120$ $= 5.726 \approx 6$ (手)
12月15日	收盘前 2 小时内分批卖出全部股票后获款 2 877 100.98 元	以 1790.8 点交割价交割 7 手	以 1790.8 点交割价交割 6 手
盈亏变化	获利 = 3 524 320.98 - 3 200 710.98 = 323 610 (元)	套保时未考虑 $\beta$ 系数 亏损 = $(1\ 600.40 - 1\ 790.8) \times 300 \times 7 =$ $-399\ 840$ (元)	套保时考虑 $\beta$ 系数 亏损 = $(1\ 600.40 - 1\ 790.8) \times 300 \times 6 =$ $-342\ 720$ (元)
保值结果 = 期货市场盈亏 + 股票市场盈亏		$323\ 610 - 399\ 840 = -76\ 230$ (元) (不足补偿套保)	$323\ 610 - 342\ 720 = -19\ 110$ (元) (接近完全套保)

### 03

#### 基于风险最小化的套保比率

下面来推导，如果套期保值者的目的是使风险最小化，则套期保值比率为 1 并非最佳。

假定  $S_1$  为  $t_1$  时刻现货的价格， $S_2$  为  $t_2$  时刻现货的价格， $F_1$  为  $t_1$  时刻期货的价格， $F_2$  为  $t_2$  时刻期货的价格， $h$  为套期保值比率，则有：

$$\Delta S = S_2 - S_1, \quad \Delta F = F_2 - F_1$$

假定交易商在  $t_1$  时刻进行对冲操作， $t_2$  时刻平仓，可以看出  $\Delta S$  是套期保值期限内现货价格的改变量， $\Delta F$  是套期保值期限内期货价格的改变量。 $\Delta S$ 、 $\Delta F$  分别由于未来时间  $t_2$  时的现货价格  $S_2$  和期货价格  $F_2$  的不确定性而不确定。

对于一个空头套期保值者来说, 在  $t_1$  时刻持有现货多头和期货空头, 在  $t_2$  时刻出售现货资产, 同时进行期货平仓。在该期间保值者头寸的价值变化为  $\Delta S - h\Delta F$ 。相反, 对于一个多头套期保值者来说, 在这期间保值者头寸的价值变化为  $h\Delta F - \Delta S$ 。

令  $\sigma_s$  是  $\Delta S$  的标准差,  $\sigma_f$  是  $\Delta F$  的标准差, 则  $\sigma_s^2 = \text{Var}\Delta S$ ,  $\sigma_f^2 = \text{Var}\Delta F$ ; 用  $\rho$  表示  $\Delta S$  和  $\Delta F$  的相关系数, 则:

$$\rho = \frac{\text{cov}(\Delta S, \Delta F)}{\sigma_s \sigma_f}$$

$\text{cov}(\Delta S, \Delta F)$  表示  $\Delta S$  和  $\Delta F$  协方差。

考虑上面两种情况套期保值头寸价值变化的方差, 显然有:

$$\text{Var}(\Delta S - h\Delta F) = \text{Var}(h\Delta F - \Delta S)$$

不妨用  $V$  表示, 则:

$$\begin{aligned} V &= \text{Var}(\Delta S - h\Delta F) = E[(\Delta S - h\Delta F) - E(\Delta S - h\Delta F)]^2 \\ &= E[(\Delta S - h\Delta F) - E(\Delta S - h\Delta F)]^2 \\ &= E[(\Delta S - E\Delta S) - h(\Delta F - E\Delta F)]^2 \\ &= E(\Delta S - E\Delta S)^2 + h^2 E(\Delta F - E\Delta F)^2 - 2hE(\Delta S - E\Delta S)(\Delta F - E\Delta F) \\ &= \text{Var}\Delta S + h^2 \text{Var}\Delta F - 2h\text{cov}(\Delta S, \Delta F) \\ &= \sigma_s^2 + h^2 \sigma_f^2 - 2h\rho \sigma_s \sigma_f \end{aligned}$$

从上式来看, 由于  $\sigma_s$ 、 $\sigma_f$ 、 $\rho$  是常数, 因此  $V$  是  $h$  的函数。

现在来考虑当  $h$  为何值时, 价格变化的方差最小(价格风险最小)。对上式求  $V$  关于  $h$  的一阶导数, 可得到:

$$\frac{dV}{dh} = 2h \sigma_F^2 - 2\rho \sigma_s \sigma_F$$

再求 V 关于 h 的二阶导数，得到：

$$\frac{d^2V}{dh^2} = 2 \sigma_F^2$$

注意到：

$$\frac{d^2V}{dh^2} > 0$$

由微积分知识我们知道，使 V 最小的值是使

$$\frac{dV}{dh} = 2h \sigma_F^2 - 2\rho \sigma_s \sigma_F = 0$$

由此得到：

$$h = \rho \frac{\sigma_s}{\sigma_F}$$

即：最佳的套期保值比率 h 等于现货市场与期货市场之间的相关系数  $\rho$  乘以现货市场价格变动的标准差  $\sigma_s$  与期货市场价格变动的标准差  $\sigma_F$  的标准的比率。而  $\rho$ 、 $\sigma_s$ 、 $\sigma_F$  等参数数值都是可以通过对历史数据的统计得到的。

图 1 说明了套期保值头寸价值的方差与套保比率之间的关系。当套保比率小于最佳套保比率  $h'$  时，随着套保比率的增大，套期保值组合头寸的方差即风险会越来越低，但却始终高于最佳套保比率对应的风险水平，如图中的  $h_1 < h'$ ， $h_1$  对应的风险就大于  $h'$  对应的风险；当达到最佳套保比率  $h'$  时，套期保值组合头寸的方差即风险也达到最小；而当套保比率大于最佳套保比率  $h'$  时，随着套保比率的增大，套期保值的效果反而越来越差，显

示套期保值组合头寸的方差即风险随着套保比例率的增大而增加，如图中的  $h_2 > h'$ ， $h_2$  对应的风险同样也大于  $h'$  对应的风险。

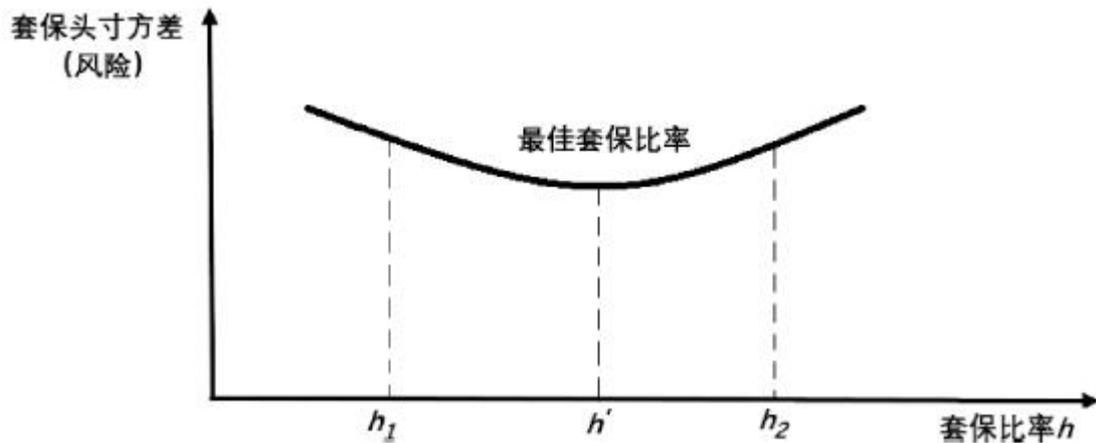


图 1 套期保值头寸的方差与套保比率的关系

## 案例

某基金将在 3 个月后用 2 亿元购买以上证 50 指数成分股为标的股票投资组合。为控制未来建仓成本，基金经理打算采用上证 50 股指期货进行买入套期保值。基金经理测算出拟建仓的股票投资组合的价格变动标准差  $\sigma_s = 0.045$ ，拟采用的上证 50 股指期货合约的即时价格为 2150.6 点，价格变化的标准差  $\sigma_F$  为 0.051，股票组合的价格变动与股指期货合约价格变动的相关系数  $\rho$  为 0.92，则该基金经理可以算出其最佳套保比率为：

$$h = \rho * \sigma_s / \sigma_F = 0.92 \times 0.045 / 0.051 = 0.8118$$

由于当前上证 50 股指期货合约的价值为：2150.6 × 300 = 645180 元/手，因此，基金经理应买入的股指期货合约的数量为：

$$\text{买入合约数} = 2 \text{ 亿元} \div 645180 \text{ 元} \times 0.8118 = 251.65 \approx 252 \text{ (手)}$$

### 最优套期保值比率——GARCH 保值比率

在运用 $\beta$ 值套保比率和基于风险最小化的套保比率来计算套期保值的期货合约数量时，需要对历史数据进行统计。由于不同时期套保比率中的参数会有变化，因而按照套保比率来确定套保头寸就涉及动态套期保值的概念，即套期保值头寸应该根据不同时期不同参数的变化而变化。但在上述两种方法中，都隐含着现货和期货市场的价格风险随时间的演进为常数的假定。这种假设与实际情况明显不符，保值比率应该具有时变性。

从 20 世纪 80 年代以后，对套期保值的研究开始用 ARCH/GARCH 来刻画“期货—现货”的价格分布，捕捉其时变的方差和协方差的特征，GARCH 模型随之被设计用来估计最优套期保值比率。

GARCH 保值比率用简化公式可以表示为：

$$h = \text{cov}(st, ft) / \text{var}(ft)$$

其中  $h$  为保值比率， $\text{cov}(st, ft)$  表示现货头寸与和期货头寸的条件协方差， $\text{var}(ft)$  表示期货头寸的条件方差。